T.V :

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	$+\infty$

$f(0) = 0 - 1 + e^0 = -1 + 1 = 0$

$\lim\limits_{x \to +\infty} x - 1 + e^{-x} = +\infty$

$\lim\limits_{x \to -\infty} x - 1 + e^{-x} = ? \; F.I(-\infty + \infty)$

$= \lim\limits_{x \to -\infty} x\left(1 - \frac{1}{x} + \frac{e^{-x}}{x}\right)$

$= \lim\limits_{x \to -\infty} x\left(1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{\underbrace{0^-}_{xe^x}}\right) = +\infty$

Ou bien :

Posons $X = -x \Rightarrow x = -X$

$\lim\limits_{x \to -\infty} x - 1 + e^{-x} = \lim\limits_{X \to +\infty} -X - 1 + e^X$

$= \lim\limits_{X \to +\infty} X\left(-1 - \frac{1}{X} + \frac{e^X}{X}\right) = +\infty$

Etude des Branches infinies :

*/ $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{x - 1 + e^{-x}}{x}$

$= \lim\limits_{x \to +\infty} \underbrace{\frac{x-1}{x}}_{\text{monome de plus haut degré}} + \frac{1}{xe^x} = 1$

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) - x = \lim\limits_{x \to +\infty} -1 + e^{-x} = -1$

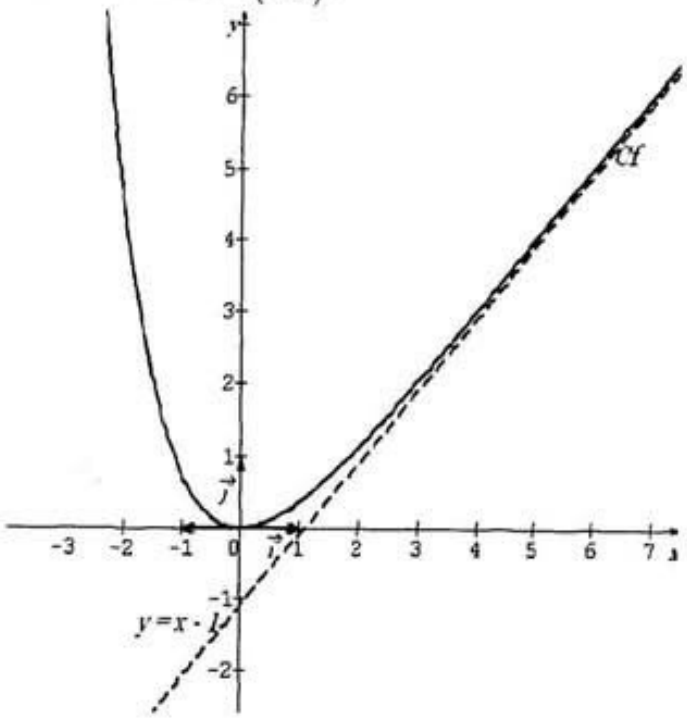
Donc $\Delta : y = x - 1$ est une asymptote oblique au voisinage de $+\infty$.

*/ $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x \to -\infty} \frac{x - 1 + e^{-x}}{x}$

$= \lim\limits_{x \to -\infty} \frac{x - 1}{x} + \frac{e^{-x}}{x}, X = -x$

$= \lim\limits_{X \to +\infty} \frac{-X - 1}{-X} + \frac{e^X}{-x} = 1 - \infty = -\infty$

Au voisinage de $-\infty$ C_f admet une B.I.P de direction celle de $(o, \vec{j})$.



2) $f(0) = 0$??

Exercice 15

$$\begin{cases} f(x) = xe^{2x+1}, x \leq 0 \\ f(x) = x(1 - \ln x), x > 0 \end{cases}$$

1) */ $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x \to 0^+} x - x\ln x = 0 = f(0)$

Donc f est continue a droite en 0.

*/ $\lim\limits_{x \to 0^-} xe^{2x+1} = 0 = f(0)$

Donc f est continue a gauche en 0.

Conclusion :

f est continue a en 0.